



Planteo de ecuaciones I

ECUACIONES DIOFÁNTICAS

Son ecuaciones cuyas incógnitas aceptan únicamente solución entera y se resuelve tomando divisibilidad respecto a cualquier coeficiente, pero también en forma práctica se resuelve tanteando valores enteros para las incógnitas.

La forma general es: $aX + bY = c$; $x, y \in \mathbb{Z}^+$

Para determinar una solución en una ecuación diofántica, tenemos tres criterios por usar según situación.

CRITERIO DE LAS CIFRAS TERMINALES

Se usa cuando uno de los coeficientes termina en 5. Se recomienda multiplicar por 2 la ecuación original y analizar la última cifra de cada término.

PREGUNTA 01

Se compra libros de RM y Trigonometría. De S/.155 y S/. 13 respectivamente, gastando exactamente S/.367. ¿Cuál es el máximo número de libros que se pudo comprar de RM y Trigonometría?

RESOLUCIÓN

$15x + 13y = 367$ entonces: $30x + 26y = 734$; $30x$ termina en cero por lo tanto $13y$ debe terminar en 4 para que sumados salga 734.

Entonces $26y = \dots 4$ (Una solución es $y=4$). Entonces $x=21$.

Reemplazando en la ecuación original:

$$15x + 13y = 367$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 21 & 4 \\ -13 \swarrow & \searrow +15 \\ 8 & 19 \\ -13 \swarrow & \searrow +15 \\ -5 & 34 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cc} 21 & 4 \\ 8 & 19 \\ -5 & 34 \end{array}} \right\} \text{Soluciones}$$

Luego, el número de libros comprados es igual a: $21+4=25$ u $8+19=27$
 Por lo tanto, el máximo número de cuadernos comprados es 27.

CRITERIO DE DIVISIBILIDAD

Se usa cuando el término independiente es divisible por alguno de los coeficientes. En este caso, el valor de la otra variable será múltiplo también.

PREGUNTA 02

Evaluar valores de las variables, si: $9x+7y = 329$

RESOLUCIÓN

$$9x + 7y = 329$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{7k} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{7k}$

Entonces: $9x=7k$. Luego $x = 7k$ ($x=7$ luego $y = 38$) ó ($x=28$ luego $y=11$)

$$\begin{array}{cc} 9x + 7y = 329 & 9x + 7y = 329 \\ \downarrow & \downarrow \\ \begin{array}{cc} 7 & 38 \\ -7 \swarrow & \searrow +9 \\ 0 & 47 \\ -7 \swarrow & \searrow +9 \\ -7 & 56 \end{array} & \begin{array}{cc} 28 & 11 \\ -7 \swarrow & \searrow +9 \\ 21 & 20 \\ -7 \swarrow & \searrow +9 \\ 14 & 29 \end{array} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cc} 7 & 38 \\ 0 & 47 \\ -7 & 56 \end{array}} \right\} \text{Soluciones}$$

CRITERIO DE LA DIVISIÓN

Se usa cuando no se puede aplicar los criterios anteriores. Consiste en expresar todos los términos en función del menor de los coeficientes.



PROBLEMAS RESUELTOS



PREGUNTA 01

Si Karina tiene 31 nuevos soles en monedas de 2 y 5 nuevos soles. ¿Cuántas monedas como máximo tiene Karina?

A) 12
D) 15

B) 13
E) 16

C) 14

RESOLUCIÓN

Sea:

“x”: monedas de 2 soles

“y”: monedas de 5 soles

Para que las monedas sea máxima cantidad (x: máximo), (y:mínimo)

$$\begin{array}{ccc} 2x + 5y = 31 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 13 \quad 1 \end{array}$$

$$\text{Nº de monedas} = x + y = 13 + 1 = 14$$

Rta: 14

PREGUNTA 02

Caperucita Roja compró con S/. 148 aretes y sortijas. Si cada arete costó S/. 13 y cada sortija S/. 16. ¿Cuántos artículos compró en total?

- A) 8
D) 12
- B) 9
E) 15
- C) 10

RESOLUCIÓN

Nº de aretes $\rightarrow x$

Nº de sortijas $\rightarrow y$

Tanteando:

$$13x + 16y = 148$$

1
2
3
4

8,4
7,6
6,8
6

Soluciones
descartadas no
son enteras

Compró 4 aretes + 6 sortijas

• • Nº Artículos = 10 artículos

PREGUNTA 03

(UNMSM-2008-I)

Mario podría ahorrar 20 soles diarios, pero cada día de la semana gasta o 6 soles en el cine o 5 soles en la cafetería. ¿Al cabo de cuántos días ha logrado ahorrar 176 soles?

- A) 11
D) 12
- B) 10
E) 16
- C) 14

RESOLUCIÓN

X: número de días que ha logrado ahorrar 176 soles.

a: número de días gasta 6 soles

b: número de días gasta 5 soles

$$a + b = x$$

$$20x - 6a - 5b = 176 \Rightarrow 14a + 15b = 176$$

Probando solo cumple para: $a = 4$, $b = 8$ entonces $x = 12$

PREGUNTA 04

(UNI-2007-II)

En un grupo de 40 niños y niñas, la sexta parte de los niños y la séptima parte de las niñas, tienen bicicletas. ¿Cuántos no tienen bicicletas?

A) 24

B) 27

C) 30

D) 34

E) 36

RESOLUCIÓN

Número de personas: 40

Niños = $\frac{0}{6} = 6; 12; 18; \dots; 36$

Niñas = $\frac{0}{7} = 7; 14; 21; \dots; 49$

$\Rightarrow$ Niños: 12

Niñas: 28

Tienen bicicleta: niños: 2 + niñas: 4 = 6

No tienen bicicleta: $40 - 6 = 34$

PREGUNTA 05

Con S/. 195 se compraron libros de 7, 8 y 13 soles respectivamente. ¿Cuántos libros se compraron, si en total se adquirió el máximo número de libros y por lo menos se compró uno de cada precio?

A) 23

B) 30

C) 24

D) 26

E) 25

RESOLUCIÓN

Sean:

Nº de libros	Nº de libros	Nº de libros
x	y	z
c/u S/.7	c/u S/.8	c/u S/.13

Para comprar el máximo número de libros se debe llevar la menor cantidad en libros de S/. 13.

Planteando:

$$7x + 8y + 13z = 195$$

↓
z=1

$$7x + 8y = 182$$

0
7

0
7

Se observa que “y” debe ser 7, tomando el menor

$$7x + 8y = 182$$

↓
y=7

$$7x = 126 \Rightarrow x = 18$$

- • Se compraron: $18 + 7 + 1 = 26$ libros