



Solución general de una ecuación diofántica

ECUACIONES DIOFÁNTICAS

Teorema

Si $d = \text{mcd}(a, b)$, $d \mid c$, y x_c e y_c es una solución particular de la ecuación diofántica lineal.

$$ax + by = c \quad \dots(*)$$

entonces toda solución x e y esta dada por las ecuaciones

$$x = x_0 + \frac{b}{d}t \quad y \quad y = y_0 - \frac{a}{d}t$$

donde t es un número entero.

PREGUNTA 01

Determine la solución general de la ecuación diofántica lineal. $14x + 22y = 50$.

$$14x + 22y = 50 \Rightarrow d = \text{mcd}(14;22) = 2$$

Solución particular : $x_0 = 2$ e $y_0 = 1$

$$x = x_0 + \frac{b}{d}t \Rightarrow x = 2 + \frac{22}{2}t \Rightarrow x = 2 + 11t$$

$$y = y_0 - \frac{a}{d}t \Rightarrow y = 1 - \frac{14}{2}t \Rightarrow y = 1 - 7t$$

PREGUNTA 02

Encuentre la solución general de: $30x + 12y = 1200$

$d = \text{MCD}(30, 12) = 6$
 entonces 6 es divisible a $1200 = 200 \cdot 6$

	$q_0=2$	$q_1=2$	
$a=30$	$b=12$	$r_0=6$	
$r_0=6$	$r_1=0$		

$$6 = 30 - 2 \cdot 12 = 30(1) + 12(-2)$$

$$30(1 \cdot 200) + 12(-2 \cdot 200) = \text{mcd}(30, 12) \cdot 200$$

$$30(200) + 12(-400) = 1200$$

↓
 x_0

↓
 y_0

$$x = x_0 + k \frac{b}{d} \longrightarrow x = 200 + k \frac{12}{6}$$

$$y = y_0 - k \frac{a}{d} \longrightarrow y = -400 - k \frac{30}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 200 + 2k \\ y = -400 - 5k \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Solución} \\ \text{general} \end{array}$$

PREGUNTA 03

Encuentre la solución general de: $150x + 39y = 228$

$$d = \text{MCD}(150, 39) = 3$$

entonces 3 es divisible a $228 = 3 \cdot 76$

	$q_0=3$	$q_1=1$	$q_2=5$	$q_3=2$
$a=150$	$b=39$	$r_0=33$	$r_1=6$	$r_2=3$
$r_0=33$	$r_1=6$	$r_2=3$	$r_3=0$	

$$3 = 33 - 5 \cdot 6 = 33 - 5(39 - 1 \cdot 33)$$

$$3 = 150 - 3 \cdot 39 - 5 \cdot 39 + 5 \cdot 33$$

$$3 = 150 - 3 \cdot 39 - 5 \cdot 39 + 5(150 - 3 \cdot 39)$$

$$3 = 150(6) + 39(-23)$$

$$150(6) \cdot 76 + 39(-23) \cdot 76 = \text{mod}(150, 39) \cdot 76$$

$$150(456) + 39(-1748) = 228 \dots\dots (2)$$

$$150x + 39y = 228 \dots\dots (1)$$

Restamos (1) - (2) miembro a miembro

$$150(x - 456) + 39(y + 1748) = 0$$

$$50(x - 456) = 13(-y - 1748)$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{13k} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50k}$$

$$x = 456 + 13k \quad \left. \begin{array}{l} \text{Solución} \\ \text{general} \end{array} \right\}$$

$$y = -50k - 1748$$

Solución con fórmula general

$$x = x_0 + k \frac{b}{d} \longrightarrow x = 456 + k \frac{39}{3}$$

$$y = y_0 - k \frac{a}{d} \longrightarrow y = -1748 - k \frac{150}{3}$$

PREGUNTA 04

Resolver: $18x + 5y = 48$

$$d = \text{MCD}(18, 5) = 1$$

entonces 1 es divisible a $48 = 1 \cdot 48$

	$q_0=3$	$q_1=1$	$q_2=1$	$q_3=2$
$a=18$	$b=5$	$r_0=3$	$r_1=2$	$r_2=1$
$r_0=3$	$r_1=2$	$r_2=1$		

$$1 = 3 - 1 \cdot 2 = 18 - 3 \cdot 5 - 1(5 - 1 \cdot 3)$$

$$1 = 18 - 3 \cdot 5 - 1 \cdot 5 + 1 \cdot (18 - 3 \cdot 5)$$

$$1 = 2 \cdot 18 + 5(-7)$$

$$18(2 \cdot 48) + 5(-7 \cdot 48) = \text{mcd}(18; 5) \cdot 48$$

$$18(96) + 5(-336) = 48 \dots\dots (2)$$

$$18x + 5y = 48 \dots\dots\dots (1)$$

(1) - (2) mam

$$18(x-96) + 5(y+336) = 0$$

$$18(x-96) = 5(-336-y)$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{5k} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{18k}$$

$$x = 5k + 96$$

$$y = -336 - 18k$$

Solución
general

PREGUNTA 05

Resolver: $11x - 30y = 29$

$$d = \text{MCD}(11, 30) = 1$$

entonces 1 es divisible a 29 = 1.29

	$q_0=2$	$q_1=1$	$q_2=2$	$q_3=1$
$a=30$	$b=11$	$r_0=8$	$r_1=3$	$r_2=2$
$r_0=8$	$r_1=3$	$r_2=2$	$r_3=1$	

$$1 = 3 - 1 \cdot 2 = 3 - 1(8 - 2 \cdot 3)$$

$$1 = 11 - 1 \cdot 8 - 1 \cdot 8 + 1 \cdot 2(11 - 1 \cdot 8)$$

$$1 = 11 - 2 \cdot (30 - 2 \cdot 11) + 2(11 - 1 \cdot (30 - 2 \cdot 11))$$

$$11(11) \cdot 29 + 30(-4) \cdot 29 = \text{mcd}(30, 11) \cdot 29$$

$$11(319) + 30(-116) = 29 \dots (1)$$

$$11x + 30y = 29 \dots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ mam}$$

$$11(x - 319) + 30(y + 116) = 0$$

$$11(x - 319) = 30(-116 - y)$$

$$\underbrace{11(x - 319)}_{30k} = \underbrace{30(-116 - y)}_{11k}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 30k + 319 \\ y = -116 - 11k \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Solución} \\ \text{general} \end{array}$$

Calcular la ecuación general de "x"

- A) $15k-1288$
D) $-17k+1472$

- B) $10 - 17k$
E) $1472 - 15k$

- C) $2 - 15k$

$$d = \text{MCD}(17, 15) = 1$$

entonces 1 es divisible a $184 = 1 \cdot 184$

	$q_0=1$	$q_1=7$	$q_2=2$	
$a=17$	$b=15$	$r_0=2$	$r_1=1$	$r_2=0$
$r_0=2$	$r_1=1$	$r_2=0$		

$$1 = 15 - 7 \cdot 2 = 15 - 7(17 - 1 \cdot 15)$$

$$1 = 15 + 7 \cdot 15 - 7 \cdot 17$$

$$1 = 15(8) + 17(-7)$$

$$15(8) \cdot 184 + 17(-7) \cdot 184 = \text{mcd}(17; 15) \cdot 184$$

$$17(-1288) + 15(1472) = 184 \dots (1)$$

$$17x + 15y = 184 \dots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ mam}$$

$$17(x+1288) + 15(y-1472) = 0$$

$$17(x+1288) = 15(1472-y)$$

$$\underbrace{17(x+1288)}_{15k} = \underbrace{15(1472-y)}_{17k}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 15k - 1288 \\ y = 1472 - 17k \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Solución} \\ \text{general} \end{array}$$